

Індивідуальне домашнє завдання №3
(2021-2022 навчальний рік)

Варіант ІДЗ відповідає порядковому номеру в журналі групи. Знайдіть свій номер варіанту та запишіть значення параметрів a, b, c, d, \dots . **Значення параметрів підставте у кожне завдання.** Виконайте завдання з числовими значеннями.

Зауваження! В частині II значення параметра p не потрібно підставляти. В операційному численні p - це аргумент функції-оригінала, а не параметр Вашого варіанту.

Варіанти 1,5,9,13,17,21,25,29: I(1,4,5,6,8,11); II(1,5); III(2,3); IV; V(1,3,5,6,7,8,9); VI; VII.

Варіанти 2,6,10,14,18,22,26: I(2,3,5,7,9,10); II(2,6); III(1,3); IV; V(2,4,5,6,7,8,9); VI; VII.

Варіанти 3,7,11,15,19,23,27: I(1,4,5,6,8,11); II(3,7); III(2,3); IV; V(1,3,5,6,7,8,9); VI; VII.

Варіанти 4,8,12,16,20,24,28: I(2,3,5,7,9,10); II(4,8); III(1,3); IV; V(2,4,5,6,7,8,9); VI; VII.

Частина I

Тема «Диференціальні рівняння»

I. Розв'язати диференціальні рівняння I-го порядку:

- з відокремленими змінними:

1) $y' = \frac{k^2 + y^2}{\sqrt{n^2 - x^2}}$; 2) $y' = e^{nx+py}$; 3) $y' = y \cdot \cos(nx)$; 4) $y' = (p - y) \cdot \sin(kx)$;

5) $xy dx + (k + y^2) \cdot \sqrt{p^2 + x^2} dy = 0$;

- лінійні відносно y і y' або відносно x і x' :

6) $y' - \frac{ny}{x} = p \cdot x^n$; 7) $y' - \frac{y}{x} = x \cdot e^{kx}$; 8) $y' - \frac{y}{x} = x \cdot \sin(px)$;

9) $x' + kx = e^{-ky}$;

- рівняння Бернуллі:

$$10) y' + k y = y^2 \cdot e^{px}; \quad 11) y' x + y = -k x y^2.$$

II. Розв'язати лінійні однорідні диференціальні рівняння (ЛОДР):

$$1) y'' + (p + d)y' + p d y = 0; \quad 2) y'' + k y' = 0; \quad 3) y'' + 2k y' + k^2 y = 0;$$
$$4) y'' - 2k y' + (k^2 + n^2)y = 0; \quad 5) y''' - (n + p)y'' + n p y' = 0; \quad 6) y''' + k^2 y' = 0;$$
$$7) y^{(4)} + 2n y'' + n^2 y = 0; \quad 8) y^{(4)} - p^4 y = 0.$$

III. Знайти загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) II-го порядку:

$$1) y'' + (m + n)y' + m n y = k x; \quad 2) y'' + m^2 y = (m^2 - a^2) \cdot \cos a x.$$

IV. Знайти частинний розв'язок ЛНДР II-го порядку, який задовольняє вказані початкові умови:

$$y'' - (n + k)y' + n k y = e^{px}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 0.$$

Частина II

Тема «Операційне числення»

V. Знайти зображення функцій:

$$1) f(t) = \sin(mt) \cdot \cos(at); \quad 2) f(t) = t \cdot e^{k \cdot t}; \quad 3) f(t) = \operatorname{ch}(kt) \cdot \cos(at);$$
$$4) f(t) = t^2 \cdot \cos(at); \quad 5) f(t) = \frac{\cos(kt) - \cos(nt)}{t}; \quad 6) f(t) = e^{-k \cdot t} \cdot \sin^2(nt);$$
$$7) f(t) = e^{-k \cdot t} \cdot \sin(nt) \cdot \sin(mt); \quad 8) f(t) = \int_0^t \sin(n\tau) d\tau; \quad 9) f(t) = \int_0^t \frac{1 - e^{-k\tau}}{\tau} d\tau.$$

VI. Знайти оригінал за даним зображенням:

$$1) F(p) = \frac{p + m}{p^2 - 2k p - a^2}; \quad 2) F(p) = \frac{p + c}{(p - a) \cdot (p - d) \cdot (p - m)};$$
$$3) F(p) = \frac{p + m}{(p - c)(p^2 + a^2)}.$$

VII. Знайти розв'язок задачі Коші для заданого диференціального рівняння операторним методом і методом підбору частинного розв'язку:

1) $x'' - (n+k)x' + nkx = ke^{mt}$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$ (два способи);

2) $x'' + 2kx' + k^2x = ne^{-kt}$, $x(0)=0$, $x'(0)=0$ (два способи).