

Індивідуальне домашнє завдання №2
(2021-2022 навчальний рік)

Варіант ІДЗ відповідає порядковому номеру в журналі групи. Знайдіть свій номер варіанту та запишіть значення параметрів a, b, c, d, \dots . **Значення параметрів підставте у кожне завдання.** Виконайте завдання з числовими значеннями.

Зауваження! Значення параметра n не потрібно підставляти. В рядях n - це індекс, а не параметр Вашого варіанту.

Варіанти 1,5,9,13,17,21,25: I (1,6,8,12); II (1,2); III (1,2,4,6); IV (1,3); V; VI, VII.

Варіанти 2,6,10,14,18,22,26: I (2,6,7,11); II (2,3); III (1,3,4,5); IV (2,3); V; VI, VII.

Варіанти 3,7,11,15,19,23,27: I (3,5,8,10); II (1,2); III (1,3,4,6); IV (1,3); V; VI, VII.

Варіанти 4,8,12,16,20,24,28: I (4,5,7,9); II (2,3); III (1,2,4,5); IV (2,3); V; VI, VII.

Частина I

Тема «Числові ряди. Степеневі ряди»

I. Дослідити ряди на збіжність:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{kn+b}{p^n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+a)!}{n^k}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k^n}{(n+p)!}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+l)!}{n^n};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{pn}{kn+l} \right)^n; 6) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{kn-1}{kn} \right)^{n^2} \cdot \frac{1}{p^n};$$

$$7) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(an+b)^{k-1}}; 8) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(kn-d) \cdot \ln^m(kn-d)};$$

$$9) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n^k + an}; 10) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+c}{pn^2 - kn - m}; 11) \sum_{n=1}^{\infty} \pi \left(\frac{p}{k} \right)^n; 12) \sum_{n=1}^{\infty} \sin \left(\pi \left(\frac{a}{k} \right)^n \right).$$

II. Дослідити знакопочережні ряди на збіжність:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{|c|}{k^n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n-d}{pn+c}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{kn+l}}.$$

III. Знайти область збіжності степеневого ряду:

$$1) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(an+l) \cdot p^n}; 2) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n \cdot (x-k)^n}{p^{n+1}}; 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (x+a)^n}{(\sqrt{n}+1) \cdot k^n}; 4) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^n \cdot x^n}{n^n};$$

$$5) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-l)^n}{l^n}; \quad 6) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(kn-1)^n (x+d)^n}{k^n \cdot n^n}.$$

Частина II

Тема «Ряди Фур'є»

IV. Розкласти задану функцію в ряд Фур'є:

$$1) f(x) = \begin{cases} d, & x \in [-\pi; 0), \\ k, & x \in [0; \pi); \end{cases} \quad 2) f(x) = \begin{cases} b, & x \in [-\pi; 0), \\ c, & x \in [0; \pi); \end{cases}$$

$$3) f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-\pi; 0), \\ kx + b, & x \in [0; \pi]. \end{cases}$$

V. Розкласти задану функцію в ряд Фур'є:

$$f(x) = ax + b, \quad x \in (-p; p).$$

VI. Розкласти задану функцію $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in [-p; 0), \\ k, & x \in [0; p) \end{cases}$ в комплексний ряд

Фур'є.

VII. Знайти спектральну щільність, амплітудний спектр і спектр фаз функції $f(x) = \begin{cases} p \cdot e^{-kx}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$