

**Індивідуальне домашнє завдання №1**  
**(2021-2022 навчальний рік)**

Варіант ІДЗ відповідає порядковому номеру в журналі групи. Знайдіть свій номер варіанту та запишіть значення параметрів  $a, b, c, d, \dots$ . **Значення параметрів підставте у кожне завдання.** Виконайте завдання з числовими значеннями.

**Варіанти №1, 5, 9, 13, 17, 21, 25:** I (1); II(1,5,9); III (1,3); IV (1); V (1); VI (1,5); VII (1,3,7,11,15); VIII (1,3); IX (1); X (1,5,9); XI (1,5); XII (1); XIII (1).

**Варіанти №2, 6, 10, 14, 18, 22, 26:** I (2); II(2,6,10); III (2,4); IV (2); V (2); VI (2,6); VII (2,4,8,12,16); VIII (2,4); IX (2); X (2,6,10); XI (2,6); XII (2); XIII (2).

**Варіанти №3, 7, 11, 15, 19, 23, 27:** I (4); II(3,7,11); III (1,5); IV (3); V (3); VI (3,5); VII (1,5,9,13,15); VIII (1,3); IX (3); X (3,7,11); XI (3,7); XII (1); XIII (4).

**Варіанти №4, 8, 12, 16, 20, 24, 28:** I (3); II(4,8,12); III (2,6); IV (4); V (4); VI (4,6); VII (2,6,10,14,16); VIII (2,4); IX (4); X (4,8,12); XI (4,8); XII (2); XIII (3).

**ЧАСТИНА I**

**Тема «Диференціальне числення функцій багатьох змінних»**

**I.** Знайти та побудувати область визначення  $D$  заданих функцій:

1)  $z = \ln(p^2 - x^2 - y^2)$ ; 2)  $z = \arcsin \frac{p+1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ ;

3)  $z = \sqrt{k^2 - x^2 - y^2}$ ; 4)  $z = \frac{a}{kx - ny}$ .

**II.** Знайти повні диференціали функцій:

1)  $z = e^{kx+py+c}$ ; 2)  $z = \ln(k - x^{k+1} - y^{k+3})$ ; 3)  $z = \sqrt{x^{n+1} - y^{p+2}}$ ; 4)  $z = n^{kx-py-l}$ ;

5)  $z = \operatorname{tg} x^n \cdot \sqrt{y^k + b}$ ; 6)  $z = e^{kx} \cdot \sin py$ ; 7)  $z = \sqrt[k]{x} \cdot \operatorname{ctg} \sqrt{y}$ ; 8)  $z = \ln y^n \cdot \cos px$ ;

9)  $z = \sin^2 \frac{x^{k+1}}{y^p}$ ; 10)  $z = \sqrt{\operatorname{ctg} \left( \frac{y^n}{x^k} \right)}$ ; 11)  $z = \frac{1}{\ln(x^k \cdot \sqrt[p]{y})}$ ; 12)  $z = e^{\operatorname{arctg} \left( \frac{x^k}{y^k} \right)}$ .

**III.** Обчислити всі похідні другого порядку функцій:

- 1)  $z = x^k + py^n - bx^3y^p$ ; 2)  $z = kx^p - py^n + ax^k y^4$ ; 3)  $z = e^{mx+ky^2}$ ;  
4)  $z = \sin(nx^2 - py)$ ; 5)  $z = \cos(ax - by^2)$ ; 6)  $z = \ln(nx^2 + ky)$ .

**IV.** Для заданої поверхні  $S$  знайти рівняння дотичної площини та нормалі у заданій точці  $M(x; y; z)$ :

- 1)  $S: ax^3 + by^3 + cz^3 + dxyz - (a+b+c+d) = 0; M(1;1;1)$ ;  
2)  $S: z = ax^2 + bxy + cy, M(1;1;a+b+c)$ ;  
3)  $S: x^2y^2z^2 - kxy + pz^2 + k = 0; M(1;1;0)$ ; 4)  $S: z = kx - pxy + y^2, M(1;0;k)$ .

**V.** Задана функція  $u(x; y; z)$ .

**A)** обчислити значення градієнта функції  $u(x; y; z)$  у заданій точці  $M(x; y; z)$ ;

**Б)** обчислити похідну функції  $u(x; y; z)$  у заданій точці  $M(x; y; z)$  за напрямом від точки  $M$  до точки  $N(x_1; y_1; z_1)$ :

- 1)  $u = x^k y^n z + byz^k; M(1;1;1); N(4;1;5)$ ; 2)  $u = \sin(x^k y^n z); M(1;1;\pi); N(4;5;\pi)$ ;  
3)  $u = \ln(x^k y^n z^{k+1}); M(k;n;k+1); N(k+2;n+2;k+2)$ ;  
4)  $u = pxyz + nxy^k; M(-1;1;0); N(1;2;2)$ .

**VI.** Дослідити на екстремум функції:

- 1)  $z = px^2 + py^2 - kxy$ ; 2)  $z = nx^2 + ny^2 + nxy + nx - ny + p$ ;  
3)  $z = 2n(x+y) - nx^2 - 2ny^2 + k$ ; 4)  $z = (x-p)^2 + py^2 - k$ ;  
5)  $z = kx^3 + ky^3 + 3klxy + d$ ; 6)  $z = px^3 + py^2 - 6pxy + 3px + 4py - a$ .

## ЧАСТИНА II

### Тема «Визначені та невласні інтеграли»

**VII.** Обчислити визначені інтеграли:

- 1)  $\int_{\frac{p}{2}}^p kx^2 dx$ ; 2)  $\int_k^{2k} \frac{p^2 x^3}{k^2} dx$ ; 3)  $\int_0^a \sqrt{a+x} dx$ ; 4)  $\int_0^{2a} \frac{m dx}{2k-x}$ ; 5)  $\int_{-k}^0 \frac{(k+x)^2}{k} dx$ ;  
6)  $\int_0^{n\pi} \sin\left(\frac{x}{n}\right) dx$ ; 7)  $\int_0^{2a} \frac{x dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$ ; 8)  $\int_0^{3a^2} \frac{x dx}{\sqrt{a^2+x}}$ ; 9)  $\int_0^1 x^{k-1} \cdot \sqrt{a+mx^k} dx$ ;

$$10) \int_0^1 \frac{x^{p-1}}{\sqrt{k+mx^p}} dx; \quad 11) \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin^2(nx+a) dx; \quad 12) \int_0^{\frac{\pi}{k}} \cos^3(kx-a) dx;$$

$$13) \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{a dx}{(x-a) \cdot (x-2a)}; \quad 14) \int_0^m \frac{x-n}{x^2-mx-2m^2} dx;$$

$$15) \int_0^{\frac{\pi}{k}} (ax+b) \cdot \sin(kx) dx; \quad 16) \int_0^{\frac{\pi}{a}} (m-px) \cdot \cos(ax) dx.$$

**VIII.** Обчислити невласні інтеграли:

$$1) \int_0^{\infty} \frac{dx}{l^2+x^2}; \quad 2) \int_0^{\infty} x \cdot e^{-kx^2} dx; \quad 3) \int_0^a \frac{x dx}{\sqrt{a^2-x^2}}; \quad 4) \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{l^2-x^2}}.$$

**IX.** Обчислити площі фігур, обмежених заданими лініями:

$$1) y=0, x=0, x=k, y=x^2+a; \quad 2) y=px^2, y=2p-px^2; \\ 3) y=x^2-2kx, y=kx; \quad 4) y^2=a^2x, y=ax.$$

## ЧАСТИНА III

### Тема «Подвійні інтеграли»

**X.** Подати  $\iint_D f(x,y) dx dy$  у вигляді повторного інтеграла із зовнішнім інтегруванням за  $x$  і зовнішнім інтегруванням за  $y$ , якщо область інтегрування  $D$ :

- 1)  $D: y=kx, y=0, x=k$ ; 2)  $D: y=kx, x=0, y=k$ ; 3)  $D: x=0, y=0, x+y=k$ ;  
 4)  $D: y=0, x=0, y-x=k$ ; 5)  $D: x=0, x=+\sqrt{p^2-y^2}$ ; 6)  $D: y=0, y=-\sqrt{k^2-x^2}$ ;  
 7)  $D: y^2=ax, x=k$ ; 8)  $D: x^2=ay, y=k$ ; 9)  $D: y=0, y=x, x+y=2k$ ;  
 10)  $D: x=0, y=x, x+y=2k$ ; 11)  $D: y=-x, y=-kx, x=-k$ ;  
 12)  $D: y=x, y=nx, y=-n$ .

**XI.** Обчислити подвійні інтеграли за заданою областю  $D$ :

- 1)  $\iint_D xy dx dy, D: y=x, y=k, y=-kx$ ; 2)  $\iint_D xy dx dy, D: y=x, x=k, x=-ky$ ;  
 3)  $\iint_D xy dx dy, D: y=kx^2, y=ka^2$ ; 4)  $\iint_D dx dy, D: y=x^2, y=2a^2-x^2, x \geq 0$ ;  
 5)  $\iint_D dx dy, D: x^2=-ky, x+ky+n(n+1)=0, x \leq 0$ ;

$$6) \iint_D dx dy, D: y^2 = -kx, y + kx + n(n+1) = 0, y \geq 0;$$

$$7) \iint_D x dx dy, D: x = y^2, x = \sqrt{a^2(a^2+1) - y^2}, y \geq 0;$$

$$8) \iint_D dx dy, D: y = -kx, y = a(a+k) - x^2, x \leq 0.$$

**ХІІ.** Перейти у подвійному інтегралі  $\iint_D f(x, y) dx dy$  до полярних

координат  $\varphi$  і  $\rho$  та визначити границі інтегрування, якщо:

$$1) D: x^2 + y^2 = 2kx, x^2 + y^2 = 2px, y = 0, y = x;$$

$$2) D: x^2 + y^2 = (a+k)y, x^2 + y^2 = (a+p)y, x = 0, y = -x.$$

**ХІІІ.** Обчислити за допомогою переходу до полярних координат:

$$1) \iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy, D: x = 0, y = 0, x = -k, y = -\sqrt{k^2 - x^2};$$

$$2) \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{p^2 - x^2 - y^2}}, D: x = 0, x = -\sqrt{k^2 - y^2}, y \geq 0,;$$

$$3) \iint_D \frac{dx dy}{p^2 - x^2 - y^2}, D: x = 0, x = +\sqrt{k^2 - y^2}, y \geq 0;$$

$$4) \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}, D: y = -\sqrt{k^2 - x^2}, y = -\sqrt{p^2 - x^2}, y = 0, x \geq 0.$$