

Домашнє завдання до практичного заняття №8

Підготуватися до контрольної роботи.

Контрольна робота буде проведена при включених камерах.

На контрольній роботі треба буде виконати 4 задачі. Задачі будуть обрані тестовою програмою з банку задач. Приклади типів задач наведені нижче:

№1. Дослідити ряди на збіжність:

1.1) Дослідити ряди на збіжність, використовуючи ознаку Даламбера

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n!}$

1.2) Дослідити ряди на збіжність, використовуючи ознаку порівняння:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6 + 8n}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{5^n + 17}$

1.3) Дослідити ряди на збіжність, використовуючи граничну ознаку порівняння:

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{n^{15} + 1}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{4n + 5}$

1.4) Дослідити ряди на збіжність, використовуючи радикальну ознаку Коші

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10n^7 + 5}{20n^7 - n} \right)^n$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{8n^3 + 17}{2n^3 + 5n^2} \right)^{2n}$

1.5) Дослідити ряди на збіжність, використовуючи інтегральну ознаку Коші

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{48}{n^7}$ б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5n^4}{n^5 + 8}$

№2. Розкласти задані функції в ряд Маклорена. Вказати область збіжності отриманого ряду до цієї функції.

2.1) $f(x) = e^{3x}$

$$2.2) f(x) = \cos 5x$$

$$2.3) f(x) = \sin 7x$$

$$2.4) f(x) = \ln(6 + x)$$

№3. Розкласти задані функції в ряд Тейлора в околі точки x_0 . Знайти область збіжності отриманого ряду до цієї функції.

$$3.1) f(x) = \frac{1}{x+3}, \quad x_0 = -4 \quad 3.2) f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

№4. Розкласти в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 4, & -\pi < x \leq 0 \\ -6, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

№5. Розкласти в ряд Фур'є 2π -періодичну функцію $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x \leq 0 \\ 4x, & 0 < x \leq \pi \end{cases}$$

Зауваження:

У всіх прикладах №4 і №5 треба:

- 1) навести графік функції, одержаної періодичним продовженням функції $f(x)$ на всю числову вісь;
- 2) обґрунтувати можливість розкладання даної функції в ряд Фур'є;
- 3) Розкласти функцію в ряд Фур'є, та вказати суму ряду в точках розриву та на кінцях відрізка $[-\pi; \pi]$.

№6. Розкласти в ряд Фур'є функцію $f(x) = 3x$, $0 < x \leq \pi$:
а) по косинусах; б) по синусах.

№7. Знайти похідну функції комплексної змінної:

$$w = z^2 - 9z + 15.$$

№8. Відновити аналітичну функцію в околі точки z_0 за відомою дійсною частиною функції $u(x; y) = x^3 - 3xy^2$, $f(0) = i$.

№9. Відновити аналітичну функцію в околі точки z_0 за відомою уявною частиною функції $v(x; y) = 8x + 8x^2 - 8y^2$, $f(0) = 3i$.

№10. Розв'язати диференціальне рівняння операційним методом:

а) $y'' - 3y' + 2y = 5e^{8t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$

б) $y'' - 10y' + 9y = 10e^{-8t}$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$