Домашнє завдання до практичного заняття №5

1. Виписати у зошит:

    а) таблицю інтегралів;

    б) значення функцій $\sin x$, $\cos x$, tgx від основних кутів.

2. В зошиті для практичних і домашніх занять повинні бути виконані домашні завдання №1,2,3,4.

3. В **окремому зошиті** треба виконати ІДЗ№1. Треба вирішити усі завдання першої частини (завдання I-VI), та номер VII з другої частини.

Індивідуальне домашнє завдання №1

Варіант ІДЗ відповідає порядковому номеру в журналі групи. Знайдіть свій номер варіанту та запишіть значення параметрів $a, b, c, d, \ldots$. **Значення параметрів підставте у кожне завдання**. Виконайте завдання з числовими значеннями.

Варіанти №1, 5, 9, 13, 17, 21, 25: I (1); II(1,5,9); III (1,3); IV (1); V (1); VI (1,5); VII (1,3,7,11,15).

Варіанти №2, 6, 10, 14, 18, 22, 26: I (2); II(2,6,10); III (2,4); IV (2); V (2); VI (2,6); VII (2,4,8,12,16);

Варіанти №3, 7, 11, 15, 19, 23, 27: I (4); II(3,7,11); III (1,5); IV (3); V (3); VI (3,5); VII (1,5,9,13,15);

Варіанти №4, 8, 12, 16, 20, 24, 28: I (3); II(4,8,12); III (2,6); IV (4); V (4); VI (4,6); VII (2,6,10,14,16); VIII (2,4).

ЧАСТИНА I

Тема «Диференціальне числення функцій багатьох змінних»

I. Знайти та побудувати область визначення D заданих функцій:

$$\textbf{1)}\ z=\ln\left(p^2-x^2-y^2\right);\ \textbf{2)}\ z=\arcsin\frac{p+1}{\sqrt{x^2+y^2}};$$

$$\textbf{3)}\ z=\sqrt{k^2-x^2-y^2};\ \textbf{4)}\ z=\frac{a}{k\,x-n\,y}.$$

II. Знайти повні диференціали функцій:

1) $z=e^{kx+py+c}$; **2)** $z=\ln\left(k-x^{k+1}-y^{k+3}\right)$; **3)** $z=\sqrt{x^{n+1}-y^{p+2}}$; **4)** $z=n^{kx-py-l}$;

5) $z=\operatorname{tg}x^n\cdot\sqrt{y^k+b}$; **6)** $z=e^{kx}\cdot\sin py$; **7)** $z=\sqrt[k]{x}\cdot\operatorname{ctg}\sqrt{y}$; **8)** $z=\ln y^n\cdot\cos px$;

9) $z=\sin^2\frac{x^{k+1}}{y^p}$; **10)** $z=\sqrt{\operatorname{ctg}\left(\frac{y^n}{x^k}\right)}$; **11)** $z=\frac{1}{\ln\left(x^k\cdot\sqrt[p]{y}\right)}$; **12)** $z=e^{\operatorname{arctg}\left(\frac{x^k}{y^k}\right)}$.

III. Обчислити всі похідні другого порядку функцій:

1) $z=x^k+py^n-bx^3y^p$; **2)** $z=kx^p-py^n+ax^ky^4$; **3)** $z=e^{mx+ky^2}$;

4) $z=\sin\left(nx^2-py\right)$; **5)** $z=\cos\left(ax-by^2\right)$; **6)** $z=\ln\left(nx^2+ky\right)$.

IV. Для заданої поверхні S знайти рівняння дотичної площини та нормалі у заданій точці $M\left(x;y;z\right)$:

1) $S:a\,x^3+b\,y^3+c\,z^3+d\,x\,y\,z-\left(a+b+c+d\right)=0;\ M\left(1;1;1\right)$;

2) $S:z=a\,x^2+b\,x\,y+c\,y,\ M\left(1;1;a+b+c\right)$;

3) $S:\ x^2y^2z^2-k\,x\,y+p\,z^2+k=0;\ M\left(1;1;0\right)$; **4)** $S:z=k\,x-p\,x\,y+y^2,\ M\left(1;0;k\right)$.

V. Задана функція $u\left(x;y;z\right)$.

А) обчислити значення градієнта функції $u(x;y;z)$ у заданій точці $M\left(x;y;z\right)$;

Б) обчислити похідну функції $u(x;y;z)$ у заданій точці $M\left(x;y;z\right)$ за напрямом від точки M до точки $N\left(x_1;y_1;z_1\right)$:

1) $u=x^ky^nz+b\,y\,z^k;\ M\left(1;1;1\right);\ N\left(4;1;5\right)$; **2)** $u=\sin\left(x^ky^n\,z\right);\ M\left(1;1;\pi\right);\ N\left(4;5;\pi\right)$;

3) $u=\ln\left(x^ky^n\,z^{k+1}\right);\ M\left(k;n;k+1\right);\ N\left(k+2;n+2;k+2\right)$;

4) $u=p\,x\,y\,z+n\,x\,y^k;\ M\left(-1;1;0\right);\ N\left(1;2;2\right)$.

VI. Дослідити на екстремум функції:

1) $z = px^2 + py^2 - kxy$; **2)** $z = nx^2 + ny^2 + nxy + nx - ny + p$;

3) $z = 2n(x+y) - nx^2 - 2ny^2 + k$; **4)** $z = (x-p)^2 + py^2 - k$;

5) $z = kx^3 + ky^3 + 3klxy + d$; **6)** $z = px^3 + py^2 - 6pxy + 3px + 4py - a$.

VII. Обчислити визначені інтеграли:

1) $\int\limits_{\frac{p}{2}}^{p} kx^2 dx$; **2)** $\int\limits_{k}^{2k} \frac{p^2x^3}{k^2} dx$; **3)** $\int\limits_{0}^{a} \sqrt{a+x}\, dx$; **4)** $\int\limits_{0}^{2a} \frac{m\,dx}{2k-x}$.

VII. Обчислити визначені інтеграли:

1) $\int\limits_{\frac{p}{2}}^{p} kx^2 dx$; **2)** $\int\limits_{k}^{2k} \frac{p^2x^3}{k^2} dx$; **3)** $\int\limits_{0}^{a} \sqrt{a+x}\, dx$; **4)** $\int\limits_{0}^{2a} \frac{m\,dx}{2k-x}$; **5)** $\int\limits_{-k}^{0} \frac{(k+x)^2}{k} dx$;

6) $\int\limits_{0}^{n\pi} \sin\left(\frac{x}{n}\right) dx$; **7)** $\int\limits_{0}^{2a} \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$; **8)** $\int\limits_{0}^{3a^2} \frac{x\,dx}{\sqrt{a^2+x}}$; **9)** $\int\limits_{0}^{1} x^{k-1} \cdot \sqrt{a+mx^k}\, dx$;

10) $\int\limits_{0}^{1} \frac{x^{p-1}}{\sqrt{k+mx^p}} dx$; **11)** $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{n}} \sin^2(nx+a)\, dx$; **12)** $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{k}} \cos^3(kx-a)\, dx$;

13) $\int\limits_{0}^{\frac{a}{2}} \frac{a\,dx}{(x-a)\cdot(x-2a)}$; **14)** $\int\limits_{0}^{m} \frac{x-n}{x^2-mx-2m^2} dx$;

15) $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{k}} (ax+b)\cdot\sin(kx)\, dx$; **16)** $\int\limits_{0}^{\frac{\pi}{a}} (m-px)\cdot\cos(ax)\, dx$.