

**Індивідуальне домашнє завдання №1
(КУІБ-20, МТТЕ-20)**

Варіант ІДЗ відповідає порядковому номеру в журналі групи. Знайдіть свій номер варіанту та запишіть значення параметрів a, b, c, d, \dots . **Значення параметрів підставте у кожне завдання.** Виконайте завдання з числовими значеннями.

Варіанти №1, 5, 9, 13, 17, 21, 25: I (1); II(1,5,9); III (1,3); IV (1); V (1); VI (1,5); VII (1,3,7,11,15); VIII (1,3); IX (1); X (1,5,9,15); XI (1,5); XII (1); XIII (1).

Варіанти №2, 6, 10, 14, 18, 22, 26: I (2); II(2,6,10); III (2,4); IV (2); V (2); VI (2,6); VII (2,4,8,12,16); VIII (2,4); IX (2); X (2,6,10,16); XI (2,6); XII (2); XIII (2).

Варіанти №3, 7, 11, 15, 19, 23, 27: I (4); II(3,7,11); III (1,5); IV (3); V (3); VI (3,5); VII (1,5,9,13,15); VIII (1,3); IX (3); X (3,7,11,14); XI (3,7); XII (1); XIII (4).

Варіанти №4, 8, 12, 16, 20, 24, 28: I (3); II(4,8,12); III (2,6); IV (4); V (4); VI (4,6); VII (2,6,10,14,16); VIII (2,4); IX (4); X (4,8,12,13); XI (4,8); XII (2); XIII (3).

ЧАСТИНА I

Тема «Диференціальне числення функцій багатьох змінних»

I. Знайти та побудувати область визначення D заданих функцій:

$$1) z = \ln(p^2 - x^2 - y^2); 2) z = \arcsin \frac{p+1}{\sqrt{x^2 + y^2}};$$

$$3) z = \sqrt{k^2 - x^2 - y^2}; 4) z = \frac{a}{kx - ny}.$$

II. Знайти повні диференціали функцій:

$$1) z = e^{kx+py+c}; 2) z = \ln(k - x^{k+1} - y^{k+3}); 3) z = \sqrt{x^{n+1} - y^{p+2}}; 4) z = n^{kx-py-l};$$

$$5) z = \operatorname{tg} x^n \cdot \sqrt{y^k + b}; 6) z = e^{kx} \cdot \sin py; 7) z = \sqrt[k]{x} \cdot \operatorname{ctg} \sqrt{y}; 8) z = \ln y^n \cdot \cos px;$$

$$9) z = \sin^2 \frac{x^{k+1}}{y^p}; 10) z = \sqrt{\operatorname{ctg} \left(\frac{y^n}{x^k} \right)}; 11) z = \frac{1}{\ln(x^k \cdot \sqrt[p]{y})}; 12) z = e^{\operatorname{arctg} \left(\frac{x^k}{y^k} \right)}.$$

III. Обчислити всі похідні другого порядку функцій:

- 1) $z = x^k + py^n - bx^3y^p$; 2) $z = kx^p - py^n + ax^k y^4$; 3) $z = e^{mx+ky^2}$;
4) $z = \sin(nx^2 - py)$; 5) $z = \cos(ax - by^2)$; 6) $z = \ln(nx^2 + ky)$.

IV. Для заданої поверхні S знайти рівняння дотичної площини та нормалі у заданій точці $M(x; y; z)$:

- 1) $S: ax^3 + by^3 + cz^3 + dxyz - (a+b+c+d) = 0; M(1;1;1)$;
2) $S: z = ax^2 + bxy + cy, M(1;1;a+b+c)$;
3) $S: x^2y^2z^2 - kxy + pz^2 + k = 0; M(1;1;0)$; 4) $S: z = kx - pxy + y^2, M(1;0;k)$.

V. Задана функція $u(x; y; z)$.

A) обчислити значення градієнта функції $u(x; y; z)$ у заданій точці $M(x; y; z)$;

Б) обчислити похідну функції $u(x; y; z)$ у заданій точці $M(x; y; z)$ за напрямом від точки M до точки $N(x_1; y_1; z_1)$:

- 1) $u = x^k y^n z + byz^k; M(1;1;1); N(4;1;5)$; 2) $u = \sin(x^k y^n z); M(1;1;\pi); N(4;5;\pi)$;
3) $u = \ln(x^k y^n z^{k+1}); M(k;n;k+1); N(k+2;n+2;k+2)$;
4) $u = pxyz + nxy^k; M(-1;1;0); N(1;2;2)$.

VI. Дослідити на екстремум функції:

- 1) $z = px^2 + py^2 - kxy$; 2) $z = nx^2 + ny^2 + nxy + nx - ny + p$;
3) $z = 2n(x+y) - nx^2 - 2ny^2 + k$; 4) $z = (x-p)^2 + py^2 - k$;
5) $z = kx^3 + ky^3 + 3klxy + d$; 6) $z = px^3 + py^2 - 6pxy + 3px + 4py - a$.

ЧАСТИНА II

Тема «Визначені та невласні інтеграли»

VII. Обчислити визначені інтеграли:

- 1) $\int_{\frac{p}{2}}^p kx^2 dx$; 2) $\int_k^{2k} \frac{p^2 x^3}{k^2} dx$; 3) $\int_0^a \sqrt{a+x} dx$; 4) $\int_0^{2a} \frac{m dx}{2k-x}$; 5) $\int_{-k}^0 \frac{(k+x)^2}{k} dx$;
6) $\int_0^{n\pi} \sin\left(\frac{x}{n}\right) dx$; 7) $\int_0^{2a} \frac{x dx}{\sqrt{a^2+x^2}}$; 8) $\int_0^{3a^2} \frac{x dx}{\sqrt{a^2+x}}$; 9) $\int_0^1 x^{k-1} \cdot \sqrt{a+mx^k} dx$;

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{10)} \int_0^1 \frac{x^{p-1}}{\sqrt{k+mx^p}} dx; \quad \mathbf{11)} \int_0^{\frac{\pi}{n}} \sin^2(nx+a) dx; \quad \mathbf{12)} \int_0^{\frac{\pi}{k}} \cos^3(kx-a) dx; \\
 & \mathbf{13)} \int_0^{\frac{a}{2}} \frac{a dx}{(x-a) \cdot (x-2a)}; \quad \mathbf{14)} \int_0^m \frac{x-n}{x^2-mx-2m^2} dx; \\
 & \mathbf{15)} \int_0^{\frac{\pi}{k}} (ax+b) \cdot \sin(kx) dx; \quad \mathbf{16)} \int_0^{\frac{\pi}{a}} (m-px) \cdot \cos(ax) dx.
 \end{aligned}$$

VIII. Обчислити невластні інтеграли:

$$\mathbf{1)} \int_0^{\infty} \frac{dx}{l^2+x^2}; \quad \mathbf{2)} \int_0^{\infty} x \cdot e^{-kx^2} dx; \quad \mathbf{3)} \int_0^a \frac{x dx}{\sqrt{a^2-x^2}}; \quad \mathbf{4)} \int_0^l \frac{dx}{\sqrt{l^2-x^2}}.$$

IX. Обчислити площі фігур, обмежених заданими лініями:

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{1)} y=0, x=0, x=k, y=x^2+a; \quad \mathbf{2)} y=px^2, y=2p-px^2; \\
 & \mathbf{3)} y=x^2-2kx, y=kx; \quad \mathbf{4)} y^2=a^2x, y=ax.
 \end{aligned}$$

ЧАСТИНА III

Тема «Подвійні інтеграли»

X. Подати $\iint_D f(x,y) dx dy$ у вигляді повторного інтеграла із зовнішнім інтегруванням за x і зовнішнім інтегруванням за y , якщо область інтегрування D :

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{1)} D: y=kx, y=0, x=k; \quad \mathbf{2)} D: y=kx, x=0, y=k; \quad \mathbf{3)} D: x=0, y=0, x+y=k; \\
 & \mathbf{4)} D: y=0, x=0, y-x=k; \quad \mathbf{5)} D: x=0, x=+\sqrt{p^2-y^2}; \quad \mathbf{6)} D: y=0, y=-\sqrt{k^2-x^2}; \\
 & \mathbf{7)} D: y^2=ax, x=k; \quad \mathbf{8)} D: x^2=ay, y=k; \quad \mathbf{9)} D: y=0, y=x, x+y=2k; \\
 & \mathbf{10)} D: x=0, y=x, x+y=2k; \quad \mathbf{11)} D: y=-x, y=-kx, x=-k; \\
 & \mathbf{12)} D: y=x, y=nx, y=-n; \quad \mathbf{13)} D: y=0, x=+\sqrt{y}, x+y=n(n-1); \\
 & \mathbf{14)} D: y=0, y=+\sqrt{x}, x+y=p(p-1); \quad \mathbf{15)} D: x=0, x=-\sqrt{y}, y-x=k(k-1); \\
 & \mathbf{16)} D: x=0, y=-\sqrt{x}, y-x+p(p-1)=0.
 \end{aligned}$$

XI. Обчислити подвійні інтеграли за заданою областю D :

$$\begin{aligned}
 & \mathbf{1)} \iint_D xy dx dy, D: y=x, y=k, y=-kx; \quad \mathbf{2)} \iint_D xy dx dy, D: y=x, x=k, x=-ky; \\
 & \mathbf{3)} \iint_D xy dx dy, D: y=kx^2, y=ka^2; \quad \mathbf{4)} \iint_D dx dy, D: y=x^2, y=2a^2-x^2, x \geq 0;
 \end{aligned}$$

$$5) \iint_D dx dy, D: x^2 = -ky, x + ky + n(n+1) = 0, x \leq 0;$$

$$6) \iint_D dx dy, D: y^2 = -kx, y + kx + n(n+1) = 0, y \geq 0;$$

$$7) \iint_D x dx dy, D: x = y^2, x = \sqrt{a^2(a^2+1) - y^2}, y \geq 0;$$

$$8) \iint_D dx dy, D: y = -kx, y = a(a+k) - x^2, x \leq 0.$$

ХІІ. Перейти у подвійному інтегралі $\iint_D f(x, y) dx dy$ до полярних

координат φ і ρ та визначити границі інтегрування, якщо:

$$1) D: x^2 + y^2 = 2kx, x^2 + y^2 = 2px, y = 0, y = x;$$

$$2) D: x^2 + y^2 = (a+k)y, x^2 + y^2 = (a+p)y, x = 0, y = -x.$$

ХІІІ. Обчислити за допомогою переходу до полярних координат:

$$1) \iint_D \cos(x^2 + y^2) dx dy, D: x = 0, y = 0, x = -k, y = -\sqrt{k^2 - x^2};$$

$$2) \iint_D \frac{dx dy}{\sqrt{p^2 - x^2 - y^2}}, D: x = 0, x = -\sqrt{k^2 - y^2}, y \geq 0,;$$

$$3) \iint_D \frac{dx dy}{p^2 - x^2 - y^2}, D: x = 0, x = +\sqrt{k^2 - y^2}, y \geq 0;$$

$$4) \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2}, D: y = -\sqrt{k^2 - x^2}, y = -\sqrt{p^2 - x^2}, y = 0, x \geq 0.$$